

عنوان بخش

هوش و توانمندی های عمومی





شرح درس و معرفی نکات برتر

مروری اجمالی بر فضاها و روابط مورد نیاز:

نظریه‌ی مجموعه‌ها:

نکات برتر

مجموعه اعداد طبیعی $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی $w = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \cup \{0\}$

مجموعه اعداد صحیح $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا $Q = \left\{ x \mid x = \frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$

مجموعه همه اعداد گویا و گنگ را اعداد حقیقی (IR) می‌نامیم.

$$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$$

فرمول‌های طلایی: A, B دو مجموعه‌ی مفروض و M مجموعه‌ی مرجع می‌باشد.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$n(A \cup B)' = n(M) - n(A \cup B) \quad n(A') = n(M) - n(A)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

مثال: از ۸۰ نفر کل دانشجویان یک دانشکده، ۵۰ نفر در درس بیولوژی و ۶۰ نفر در درس شیمی ثبت‌نام کرده‌اند. اگر ۸ نفر در هیچ‌یک از این دو درس ثبت‌نام نکرده باشند، چه تعداد از دانشجویان در هر دو درس ثبت‌نام کرده‌اند؟

۳۸ (۴)

۱۲ (۳)

۲۲ (۲)

۳۰ (۱)



■ پاسخ: گزینه (۴) صحیح است. فرض کنیم: A: مجموعه کسانی که در درس بیولوژی ثبت نام کرده‌اند. B: مجموعه کسانی که در درس شیمی ثبت نام کرده‌اند. از متن مسئله می‌دانیم:
 $n(A \cup B) = 80 - 8 = 72$ کسانی که در هر دو درس ثبت نام کرده‌اند

$$\begin{cases} n(A) = 50 \\ n(B) = 60 \end{cases} \quad n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 50 + 60 - 72 = 38$$

مبحث درصد

■ اگر بخواهیم بدانیم a چند درصد b است، کافی است a را بر b تقسیم کنیم و حاصل را در ۱۰۰ ضرب نماییم.

✓ مثال: عدد ۱۰۰ چند درصد عدد ۲۵۰۰ است؟

(۱) ۴ درصد (۲) ۲۰ درصد (۳) ۲ درصد (۴) ۸ درصد

■ پاسخ: گزینه (۱) صحیح است.

$$\frac{100}{2500} \times 100 = 4$$

☑ محاسبه درصد تغییر یک عدد:

$$\text{درصد تغییر} = \frac{|\text{مقدار نهایی} - \text{مقدار اولیه}|}{\text{مقدار اولیه}} \times 100$$

✓ مثال: اگر قیمت بنزین از ۸۰ لیتری به ۵۶۰ تومانی تغییر کند، قیمت بنزین چند درصد تغییر کرده است؟

$$\text{درصد تغییر بنزین} = \frac{|80 - 560|}{80} \times 100 = 600$$

✓ مثال: با توجه به جدول زیر، افزایش تعداد کبریت‌های تولید شده در استان قزوین از سال ۱۳۷۵ تا سال ۱۳۸۵ چند میلیون بیشتر از افزایش تعداد کبریت‌های تولید شده در استان خراسان طی همین سال‌ها می‌باشد؟

(۲) ۱۶

(۱) ۲/۵۶

(۴) ۶۸

(۳) ۶۴

تولید کبریت هر استان

استان	سال ۱۳۷۵	سال ۱۳۸۵
تهران	٪۱۲	٪۱۰
خراسان	٪۱۷	٪۱۷
کرمان	٪۹	٪۱۳
یزد	٪۲۰	٪۱۵
مرکزی	٪۹	٪۱۲
قزوین	٪۳۳	٪۲۳
کل تولید	۱/۲ میلیارد	۱/۶ میلیارد

میلیارد $۱/۶ - ۱/۲ = ۰/۴$ = افزایش کل تولید

■ پاسخ: گزینه (۳) صحیح است.

سهم استان خراسان از افزایش کل تولید

$$= ۰/۱۷ \times ۰/۴ = ۰/۰۶۸ \text{ میلیارد}$$

سهم استان قزوین از افزایش کل تولید

$$= ۰/۳۳ \times ۰/۴ = ۰/۱۳۲ \text{ میلیارد}$$

میلیون $۶۴ =$ میلیارد $۰/۰۶۴ = ۰/۱۳۲ - ۰/۰۶۸ =$ مابه‌التفاوت افزایش تولید دو استان

نکات برتر

- ① در تمام روابط زیر k (درصد تغییر)، باید به اعشار (نسبتی بین ۰ و ۱) نوشته شود.
 ② حاصل افزایش k درصدی عدد $A \leftarrow A' = A(1+k)$ حاصل کاهش k درصدی عدد $A \leftarrow A' = A(1-k)$ به طور کلی، اگر بیش از یکبار مقدار A را افزایش یا کاهش دهیم، $A' = A(1 \pm k)(1 \pm k')(1 \pm k'') \dots$

تست ۷: اگر حقوق یک کارگر طی سال‌های ۱۳۸۱، ۱۳۸۲ و ۱۳۸۳ هر سال ۱۰٪ نسبت به

سال قبل افزایش یافته باشد، این کارگر در سال ۱۳۸۳ چند درصد بیشتر از سال

۱۳۸۱ دریافت کرده است؟

- ۱) ٪۱۱ (۱) ۲) ٪۲۰ (۲) ۳) ٪۲۱ (۳) ۴) ٪۳۰ (۴)

■ پاسخ: گزینه‌ی (۳) صحیح است. $A' = A(1 + 0/1)(1 + 0/1) = 1/21A$



نسبت و تناسب

■ اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ آنگاه:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad (۲)$$

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad (۴)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad (۶)$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (۸)$$

$$ad = bc \quad (۱)$$

$$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} \quad (۳)$$

$$\frac{a}{b \pm a} = \frac{c}{d \pm c} \quad (۵)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d} \quad (۷)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \neq \frac{a+b}{c+d} \quad \blacksquare$$

■ اگر $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ آنگاه $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ ←

✓ **مثال:** اگر داشته باشیم $\frac{x}{y} = \frac{w}{z} = ۴$ آنگاه مقدار جمله $\frac{x+w}{y+z}$ برابر است با:

۴ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴)

■ پاسخ: گزینه (۱) صحیح است. با توجه به نکته ۷ داریم:

$$\frac{x}{y} = \frac{w}{z} = \frac{x+w}{y+z} = ۴$$

انواع تناسب:

۱- **تناسب مستقیم:** وجود همبستگی خطی مثبت بین دو متغیر، یعنی با افزایش اولی، دومی افزایش و با کاهش اولی، دومی نیز کاهش می‌یابد. در تناسب مستقیم با تشکیل تناسب برای به دست آوردن پارامتر مجهول، پارامترها را به صورت ضربدری (طرفین، وسطین) در هم ضرب می‌کنیم و معادله تشکیل می‌دهیم تا پارامتر مجهول را به دست آوریم.